Licence professionnelle
Industrie agro-alimentaire et alimentation,
option Industries des Céréales

Le 9 Juin 2006

EXAMEN UE : STATISTIQUES APPLIQUÉES Code : BCA016

Sujet de France LAPLUME et Colette VUILLET

Durée environ 2h30.

PARTIE I. Test d'hypothèse

Une table des nombres $C_n^X p^X (1-p)^{n-X}$*, pour n = 20 et différentes valeurs de p se trouve en Annexe 1.*
On effectue un contrôle sur un échantillon de 20 crèmes pour vérifier la présence ou non de salmonelles.

1. Dans cette question, vous allez simuler les résultats obtenus sur un échantillon de 20 crèmes, en supposant que la probabilité qu'une crème soit infectée est 0,05.
Pour cela, remplissez le tableau ci-dessous en vous servant des indications suivantes : les nombres rand sont 20 nombres aléatoires compris entre 0 et 1, à 10^{-3} près, (touche rand ou random de la calculatrice).
Si $\text{rand} \in [0;0{,}05[$, on lui fait correspondre $r = 1$; si $\text{rand} \in [0{,}05;1[$, on lui fait correspondre $r = 0$.

rand										
r										

rand										
r										

Quel est le nombre de crèmes au caramel infectées de votre échantillon ?

2. Soit p la probabilité qu'une crème au caramel soit infectée.
a) Quelle est, en fonction de p, la loi suivie par la variable aléatoire X qui, à chaque échantillon de 20 crèmes, associe le nombre de crèmes infectées ?
b) Dans le cas où $p = 0{,}02$, donner à 10^{-4} près $P(X \leq 0)$, $P(X \leq 1)$ et $P(X \leq 2)$.

3. Construire un test d'hypothèse au niveau $\alpha = 1\%$ et établir une règle de décision pour affirmer ou non que la production contient moins de 2 % de crèmes au caramel infectées ($H_0 : p = 0{,}02$; $H_1 : p > 0{,}02$).

4. En adoptant la règle de décision établie à la question précédente, répondre aux questions suivantes :
a) Quelle est la décision prise dans le cas de l'échantillon que vous avez contrôlé dans la première question ? Est-ce la bonne décision ?
b) Calculer la probabilité β (0,05), c'est-à-dire la probabilité de ne pas prendre la bonne décision lorsque $p = 0{,}05$.
c) Lorsque $p = 0{,}05$, au bout de combien d'échantillons en moyenne s'aperçoit-on que p est supérieur à 0,02 ?

5. Dessiner la courbe d'efficacité du test après avoir fait les calculs nécessaires.

PARTIE II. Analyse de la variance à deux facteurs. Modèle additif

Pour établir une classification entre 4 champagnes, ceux-ci sont testés par 3 juges professionnels : chaque juge « goûte » chaque champagne 2 fois. L'expérimentateur précise que les observations ont été randomisées.

1. Le mot « randomiser » est un anglicisme qui signifie « rendre aléatoire ».
Pratiquement, comment faire la randomisation ?

2. Les notes données par les juges sont réunies dans le tableau suivant :

Champagne Juge	C_1	C_2	C_3	C_4
J_1	19 17	21 22	14 12	23 25
J_2	21 22	23 25	13 15	30 31
J_3	16 16	18 19	11 12	22 22

Faire une analyse de la variance complète du tableau de données avec le **modèle additif**.

3. Le modèle additif est-il adapté ? On commentera le graphe des effets et le graphe des résidus.
Classer les champagnes.

PARTIE III. Analyse de la variance à deux facteurs. Modèle avec interaction

On étudie l'influence de deux facteurs agronomiques sur le poids de grains de colza parvenus à maturité.
Le premier facteur est la fertilisation du sol et 2 niveaux (1 et 2) de fertilisation ont été testés.
Le deuxième facteur est la rotation des cultures et 3 méthodes (A, B et C) sont étudiées.

Une partie de l'analyse de la variance à deux facteurs avec interaction effectuée par le logiciel SAS est présentée en Annexe 2.

Au risque de 5 %, commenter les résultats en répondant aux questions suivantes :
Doit-on garder le modèle avec interaction ?
Le facteur Fertilisation est-il utile ?
Le facteur Rotation est-il utile ?
Conclure.

Conservatoire national des arts et métiers
Chaire de biochimie industrielle et agro-alimentaire (UMR 1211, Ensia/Cnam/Inra)
292 rue Saint-martin – Case 306 – 75141 PARIS Cedex 03 / Tél. : 01 40 27 22 70 – 01 45 85 96 84 / Fax : 01 40 27 20 66
E-mail : potus@cnam.fr / E-mail : industries-des-cereales@wanadoo.fr
Site : www.industriesdescereales.com

ANNEXE 1

Nombres $C_n^X p^X (1-p)^{n-X}$*, pour n = 20 et différentes valeurs de p*

X \ P	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0	0,8179	0,6676	0,5438	0,4420	0,3585	0,1216	0,0388	0,0115	0,0032
1	0,1652	0,2725	0,3364	0,3683	0,3774	0,2702	0,1368	0,0576	0,0211
2	0,0159	0,0528	0,0988	0,1458	0,1887	0,2852	0,2293	0,1369	0,0669
3	0,0010	0,0065	0,0183	0,0364	0,0596	0,1901	0,2428	0,2054	0,1339
4	0,0000	0,0006	0,0024	0,0065	0,0133	0,0898	0,1821	0,2182	0,1897
5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0022	0,0319	0,1028	0,1746	0,2023
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0089	0,0454	0,1091	0,1686
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0020	0,0160	0,0545	0,1124
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0046	0,0222	0,0609
9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0011	0,0074	0,0271
10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0020	0,0099
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0005	0,0030
12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008
13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

ANNEXE 2

Donnees

Obs	Fertilisation	Rotation	Pds Grains
1	1	A	27.6
2	1	A	16.3
3	1	A	11.4
4	1	A	38.2
5	1	A	38.1
6	1	A	24.7
7	1	A	22.7
8	1	A	21.7
9	1	A	20.6
10	1	A	19.8
11	1	B	32.1
12	1	B	28.5
13	1	B	19.4
14	1	B	39.2
15	1	B	21.8
16	1	B	23.6
17	1	B	14.0
18	1	B	22.3
19	1	B	18.3
20	1	B	20.8
21	1	C	27.8
22	1	C	33.4
23	1	C	33.0
24	1	C	28.9
25	1	C	24.6
26	1	C	28.3
27	1	C	40.6
28	1	C	20.3
29	1	C	26.7
30	1	C	22.8
31	2	A	13.4
32	2	A	19.0
33	2	A	27.8
34	2	A	17.4
35	2	A	8.3
36	2	A	16.2
37	2	A	3.4
38	2	A	9.6
39	2	A	24.8
40	2	A	18.2
41	2	B	15.5
42	2	B	16.7
43	2	B	29.7
44	2	B	26.8
45	2	B	8.7
46	2	B	22.6
47	2	B	34.6
48	2	B	14.4
49	2	B	12.5
50	2	B	16.9
51	2	C	23.5
52	2	C	31.2
53	2	C	26.1
54	2	C	41.2
55	2	C	35.3
56	2	C	23.4
57	2	C	44.1
58	2	C	35.3
59	2	C	31.6
60	2	C	25.8

Poids de grains de colza
Analyse de la variance avec interaction

The GLM Procedure

Dependent Variable: PdsGrains

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	1659.821500	331.964300	5.87	0.0002
Error	54	3052.471000	56.527241		
Corrected Total	59	4712.292500			

R-Square	Coeff Var	Root MSE	PdsGrains Mean
0.352232	31.29432	7.518460	24.02500

Source	DF	Type I SS	Mean Square	F Value	Pr > F
Fertilisation	1	145.704167	145.704167	2.58	0.1142
Rotation	2	1180.483000	590.241500	10.44	0.0001
Fertilisati*Rotation	2	333.634333	166.817167	2.95	0.0608