

Le 21 juin 2013

EXAMEN US : STATISTIQUES APPLIQUÉES Code : 413Q

Sujet de France LAPLUME et Colette VUILLET

Durée 2 h 30

PARTIE I. Régression linéaire (Fiche n° 1)

Pour contrôler l'influence du poids initial x , sur le poids final Y d'une huître en période de croissance, on a réalisé une statistique résumée dans la Fiche 1.

Y est la variable à expliquer, x est la variable explicative.

On considère que le lien entre x et Y est linéaire si une droite d'équation $y = a + bx$ s'ajuste au nuage de points.

1. À l'aide de la Fiche n° 1, conclure quant à ce lien.
2. Si $x = 20$, quelle valeur de Y proposez-vous ?

PARTIE II. Analyse de la variance à un facteur (Fiches n° 2 et 3)

À l'aide des Fiches n° 2 et 3, étudiez la croissance des poulets en fonction du régime, quel modèle vous paraît le mieux adapté ?

PARTIE III. Analyse en composante principale (Document)

Le document donne les résultats d'une ACP normée sur l'analyse d'une expérimentation concernant l'alimentation des poulets fermiers. Pour chacun de ces poulets, les variables quantitatives étudiées sont les suivantes :

- les quantités ingérées en :
 - Tourteau
 - Maïs
 - Poisson
 - Os
 - Coquilles
 - Sel
- le poids du poulet à 9 semaines.

1. Valait-il mieux faire une ACP brute ou normée ? Les deux sont elles possibles ici ?
2. Quelle est l'inertie totale ?
3. En utilisant le graphe des valeurs propres, donner le pourcentage d'inertie obtenu en projection dans le plan 1-2 ?
4. Interpréter les axes 1 et 2.
5. Expliquer la position des vecteurs sel et poids. Quelle variable influence le plus le poids du poulet ?

PARTIE IV. Test d'hypothèse

1. On considère un stock de graines de maïs tel que la probabilité qu'une graine soit OGM est 0,01. Une boule de graines de maïs est constituée de 50 graines.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque boule de graines associe le nombre de graines OGM.

- Quelle est loi suivie par X ?
- Quelle est la probabilité qu'une boule ne contienne aucune graine OGM ? Ces boules sont déclarées « négatives ».

Quelle est la probabilité qu'une boule contienne au moins une graine OGM ? Ces boules sont déclarées « positives ».

2. On considère un stock de graines de maïs tel que la probabilité qu'une graine soit OGM est r . Une boule de graines de maïs est constituée de 50 graines.

Soit X_r la variable aléatoire qui à chaque boule de graines associe le nombre de graines OGM.

- Quelle est loi suivie par X_r ?
- Quelle est, en fonction de r , la probabilité qu'une boule soit négative ?

On appelle p la probabilité qu'une boule soit positive. Donner p en fonction de r .
- Calculer p pour les valeurs de r suivantes :

r	0,01	0,015	0,02
p			

3. D'après les normes de la Communauté européenne, un stock est acceptable si la probabilité qu'une graine soit OGM est inférieure à 0,01. On contrôle 59 boules de graines. Dans cette question, on va construire un test au niveau $\alpha = 0,05$ permettant de déterminer le nombre maximum de boules positives que peut contenir le stock pour être déclaré conforme.

a) *Variable de décision*

On nomme p la probabilité pour qu'une boule soit positive. Soit Y la variable aléatoire qui à chaque échantillon de 59 boules de graines associe le nombre de boules positives. Quelle est la loi suivie par Y ? Déterminer sa moyenne et son écart type en fonction de p .

b) *Choix des hypothèses*

En raisonnant sur le paramètre r (probabilité qu'une graine soit OGM), énoncer les deux hypothèses H_0 et H_1 . Que deviennent ces deux hypothèses si l'on raisonne sur p ?

c) *Cas où H_0 est vraie*

Expliciter la loi de Y dans ce cas, ajuster cette loi par une loi normale, représenter la courbe de densité de Y ainsi que le risque α .

d) *Règle de décision*

Faire les calculs nécessaires et énoncer la règle de décision.

e) *Cas où H_0 est faux*

On suppose que la probabilité qu'une graine du stock soit OGM est $r = 0,015$. Quelle est la probabilité d'acceptation du stock lorsqu'on utilise la règle de décision qui a été établie à la question précédente ?

f) *Courbe d'efficacité du test*

Reprendre la question précédente dans le cas où le stock contient 2 % de graines OGM. Tracer la courbe d'efficacité du test.

FICHE n° 1**Numéro du candidat :**

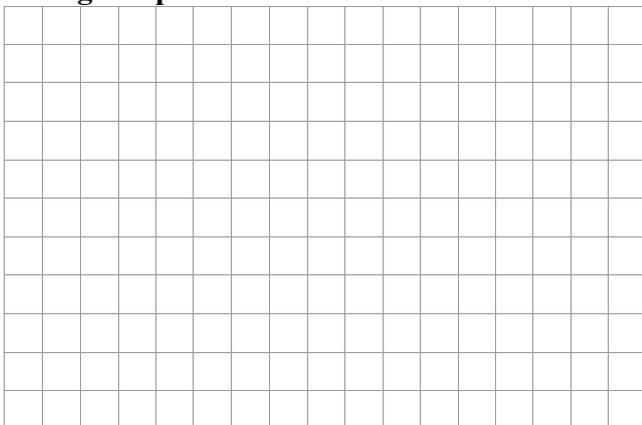
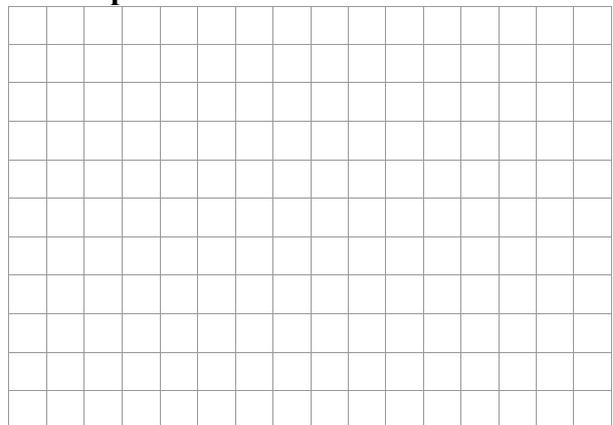
Population : Huîtres à l'engraissement.

Variable à expliquer : Y = poids final de l'huître en gramme.Variable explicative : x = poids initial de l'huître en gramme.**Valeurs observées de Y et x**

n° obs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	20,4	19,6	25,1	18,1	21,5	20	22,5	21,8	24,3	19
Y_i	26,2	26,9	32	26,9	28,1	28,4	30,1	29,4	30,1	27,7

Équation de la droite de régression : $\hat{Y} =$ **Résidus**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\hat{Y}_i	27,95		31,24		28,72		29,42		30,68	
$\hat{E}_i = Y_i - \hat{Y}_i$										

Nuage de points**Graphe des résidus****Table d'analyse de la variance**

Source de variabilité	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	Fischer
Modèle	SCM =			
Résidus	SCR = 6,64			
Total	SCT = 29,33			

 $R^2 =$ $\hat{\sigma} =$

Répondre aux questions au dos de la feuille

FICHE n° 2**Numéro du candidat :**

Population : Poulets

Variable à expliquer : Y = augmentation de poids en %

Facteur A : régime, A1 , A2 , A3

	A1				A2				A3			
Y	45,85	44,90	46,10	45,55	42,20	44,15	43,75	43,25	42,20	42,30	40,0	donnée perdue
Y_{ik}												

**Moyennes des
valeurs observées**

A1	A2	A3	
$Y_{1.} =$	$Y_{2.} =$	$Y_{3.} =$	$Y_{..} =$

Modèle : $Y_{ik} =$ **Estimations :****Moyennes prédites**

A1	A2	A3	
$\hat{\mu}_1 =$	$\hat{\mu}_2 =$	$\hat{\mu}_3 =$	$\hat{\mu} =$

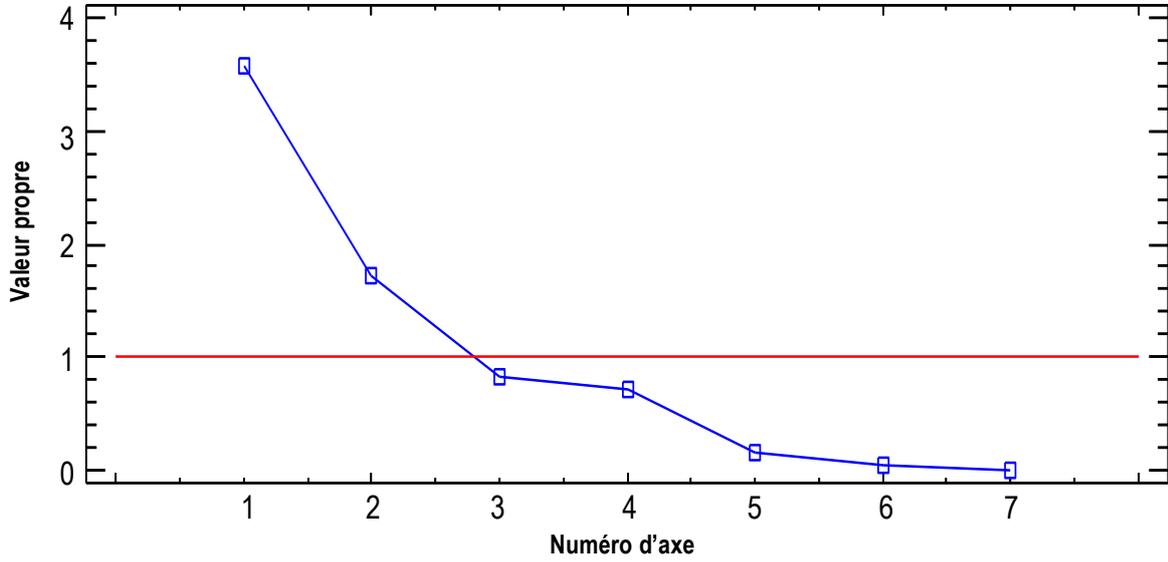
Résidus

A1				A2				A3			
0,25		0,5			0,8			0,7	0,8	-1,5	X

Graphe des résidus :**Que concluez-vous avec le graphe des résidus ?**

Document

GRAPHE DES VALEURS PROPRES



GRAPHE DES VARIABLES ET DES INDIVIDUS

