

Mai 2016

EXAMEN US 5 STATISTIQUES

PARTIE C. JACHIET Tests d'hypothèses

Les 3 exercices de cette partie sont indépendants.

Exercice 1

On réunit un jury de 50 consommateurs réguliers de pain pour un test d'analyse sensorielle. Chaque membre du jury reçoit trois morceaux de pain apparemment identiques. En fait, deux morceaux sont de type A (fabriqués avec la recette habituelle) et le troisième est de type B : il contient moins de sel. Après avoir goûté les trois morceaux de pain, chaque personne doit indiquer le morceau qui lui semble contenir le moins de sel (Quand elle ne sent pas de différence, elle répond au hasard).

A partir de combien de bonnes réponses peut-on décider que les perceptions salées des 2 types de pain sont significativement différentes (risque $\alpha=0,05$) ?

Dans ce test d'hypothèses, on expliquera pourquoi les hypothèses sont :

$$H_0 : p=1/3 \quad \text{et} \quad H_1 : p>1/3$$

Exercice 2

Une minoterie commercialise de la farine en sachets. Le remplissage des paquets est considéré comme conforme si la moyenne des poids est de 1000 g avec un écart type inférieur à 10 g. On contrôle le processus en pesant 20 paquets pour lesquels on trouve une moyenne de 995 g et un écart type de 13 g.

- 1) Effectuer un test d'hypothèse sur la moyenne pour décider si le processus est satisfaisant (risque $\alpha=0,05$). On suppose que le poids des paquets produits suit une loi normale. Donnez les hypothèses, la zone de rejet du test, et rédigez votre conclusion,
- 2) Effectuer maintenant un test d'hypothèse sur l'écart type pour décider si le processus est satisfaisant quant à la dispersion (risque $\alpha=0,05$). On suppose toujours que le poids des paquets produits suit une loi normale. Donnez les hypothèses, la zone de rejet du test, et rédigez votre conclusion,

Exercice 3

Deux usines produisent des gâteaux bretons. On suppose que les poids des gâteaux suivent des lois normales. Dans la première usine, un lot de 8 gâteaux pèse en moyenne 348 g avec un écart type de 8 g. Dans la deuxième, un lot de 12 gâteaux pèse en moyenne 353 g avec un écart type de 12 g.

- 1) Montrer par un test d'hypothèses que les 2 écarts types ne sont pas significativement différents (risque $\alpha=0,05$) et calculer une estimation de cet écart type commun.
- 2) Utiliser ensuite cette estimation pour tester si les moyennes des poids sont significativement différentes (risque $\alpha=0,05$).

Pour chacun des deux tests, donnez les hypothèses du test, la zone de rejet du test, et rédigez votre conclusion à partir des deux échantillons de l'usine 1 et de l'usine 2.

PARTIE C. VUILLET

FICHE n°1

Numéro du candidat :

Le but de ce travail est l'étude des forces de diverses farines.

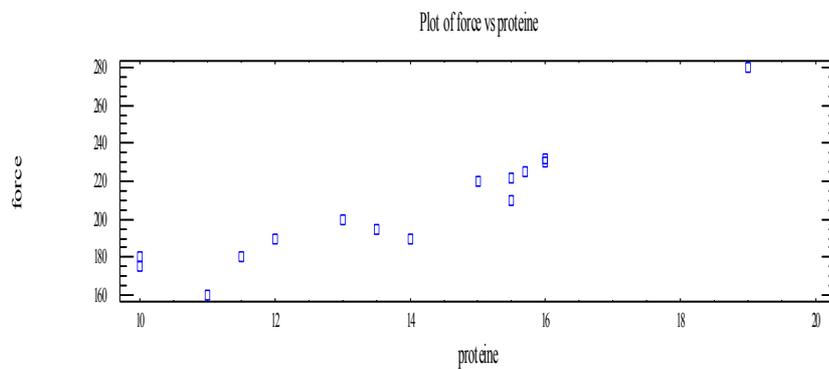
Population : farines

Variable à expliquer : $Y = \text{force}$ (W mesuré par alvéographe Chopin)

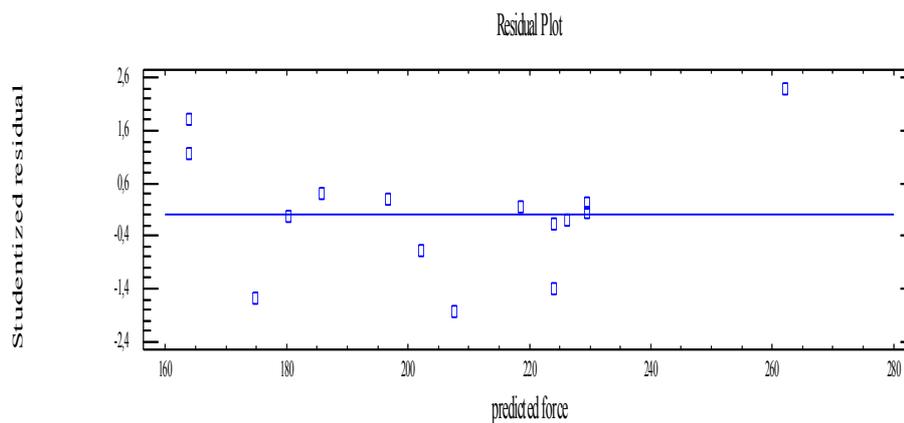
Variable explicative : $x = \text{dose protéine, en \%}$

On fait une régression linéaire de Y en fonction de x .

Graphe des observations :



Graphe des résidus de la régression :



Graphiquement, quelles sont vos observations sur cette régression ?

Proposez une transformation pour l'améliorer.

Remplir la fiche suivante.

Valeurs observées de Y et x

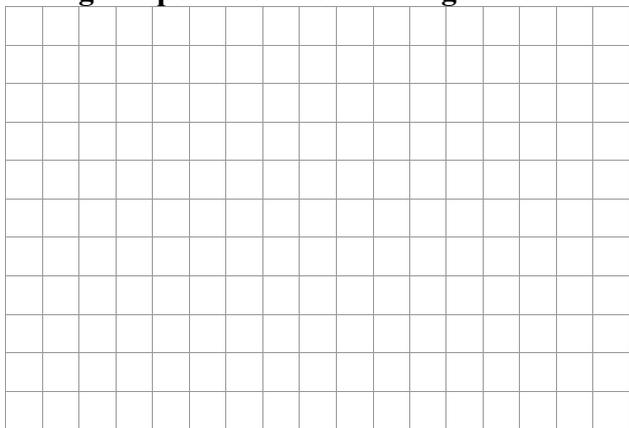
n° obs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	10	10	14	13.5	13	15	15,5	15.5	16	11
Y_i	175	180	190	195	200	220	210	222	230	160

Équation de la droite de régression : $\square =$

Résidus

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\square	168.68			199.52	195.11				221.55	177.49
\square	6.32	11.32		-4.52					8.44	-17.49

Nuage de points et droite de régression



Graphe des résidus

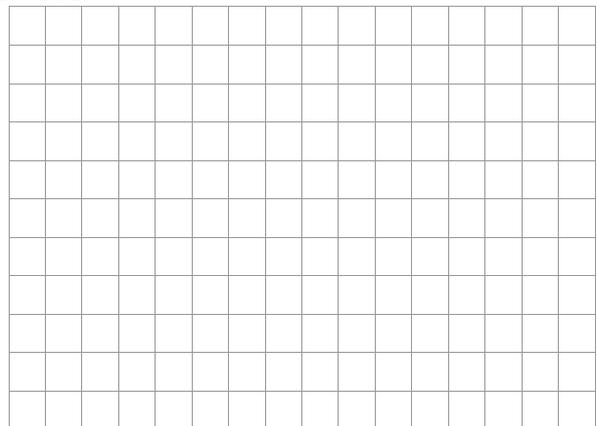


Table d'analyse de la variance

Source de variabilité	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	Fischer
Modèle	SCM = 3690			
Résidus	SCR = 911.049			
Total	SCT =			

$R^2 =$

$\hat{\sigma} =$

Que concluez-vous pour cette régression ?

Pour $x = 12\%$ de protéine, quelle force prédisez-vous avec cette régression ?

Et pour $x = 18\%$

FICHE n°2

Numéro du candidat :

Population : farines

Variable à expliquer : Y = force

Facteur A : Type de blé ; A1 Camp Rémy, A2 Arkéos, A3 Monopole

	A1				A2				A3			
Y	174	181	185	179	125	135	138	140	235	240	248	250
Y_{ik}												

Moyennes des valeurs observées

A1	A2	A3	
$Y_{1.} =$	$Y_{2.} =$	$Y_{3.} =$	$Y_{..} =$

Modèle : $Y_{ik} =$

Moyennes prédites

A1	A2	A3	
$\hat{\mu}_1 =$	$\hat{\mu}_2 =$	$\hat{\mu}_3 =$	$\hat{\mu} =$

Résidus

A1		A2				A3			
	5.25	-9.5	+0.5	3.5	5.5	-8.25	-3.25		
	-0.75								

Graphe des résidus :

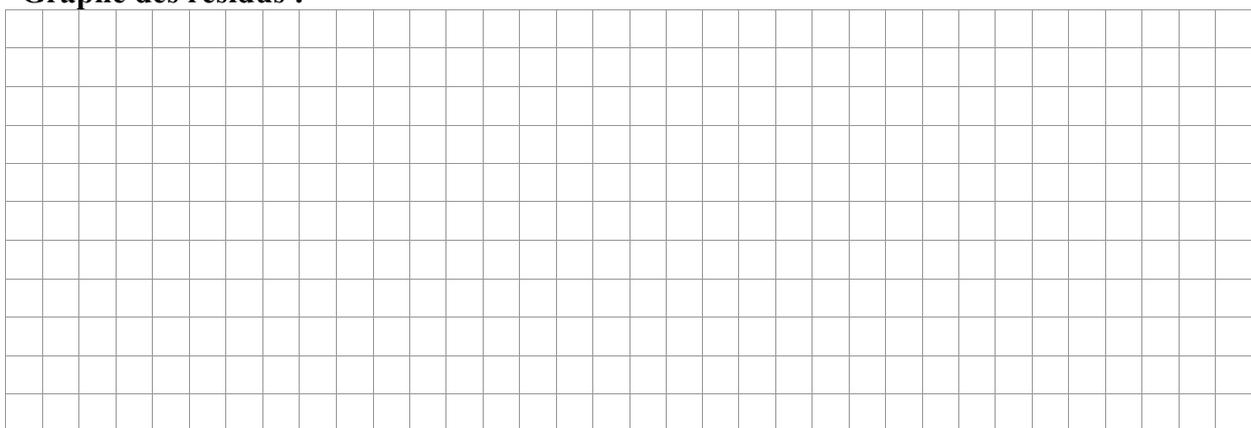


Table d'analyse de la variance

Source	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	Fischer
Modèle	SCM =			
Résidus	SCR =			
Total	SCT = 24217.7			

$$\frac{SCM}{SCT} =$$

PARTIE III. Analyse en composantes principales.

Le document 'étude climatique des villes de France' donne les résultats d'une ACP normée sur l'analyse climatique de 13 villes de France .

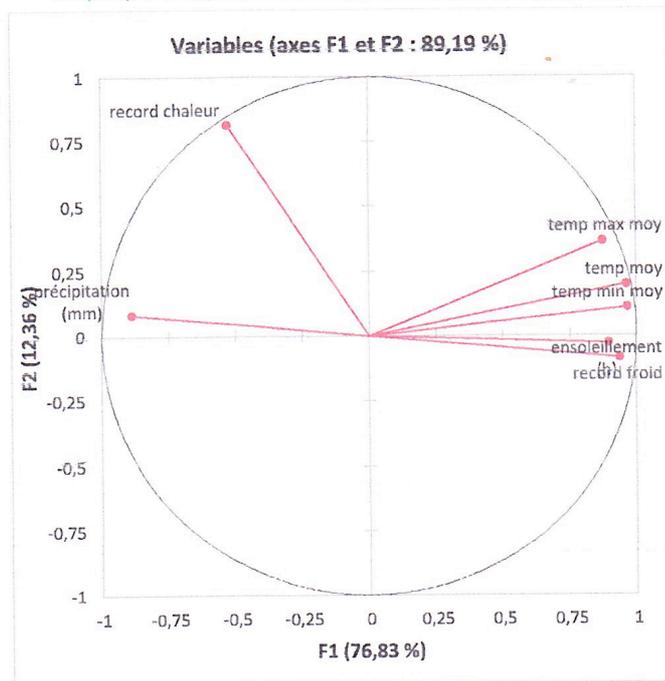
Pour chacune de ces villes, les variables quantitatives suivantes ont été étudiées :

- Température minimale moyenne
- Température moyenne
- Température maximale moyenne
- Record froid
- Record chaleur
- Ensoleillement, en heures
- Précipitations, en mm.

- 1) Valait-il mieux faire une ACP brute ou normée ? Les deux sont elles possibles ici ?
- 2) Quel pourcentage d'inertie est obtenu en projection dans le plan 1-2 ?
- 3) Interpréter les 4 quadrants.
- 4) Expliquer la position de Lyon, Bordeaux et Toulouse. Sont-elles proches du centre de gravité ?
- 5) Quelle zone vous paraît, d'après cette étude, être plus appropriée à la culture de céréales, et lesquelles ? Est-ce que cela est compatible avec ce que vous savez de ces cultures ?

ETUDE CLIMATIQUE DE DIFFERENTES VILLES DE FRANCE

Graphique 1- Représentation des variables sur le plan 1/2



Graphique 2- Représentation des différentes villes sur le plan 1/2

